

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ****ETAPA LOCALĂ – 07 FEBRUARIE 2026****Clasa a VII-a****Problema 1.**

Fie numerele $a = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{15}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{35}} + \frac{\sqrt{9}-\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$

și $b = \left(\left| 3^{51} - 2^{85} \right| + 3^{2011} : 81^{490} \right) : (-4^{41}) + \sqrt{1296} + \sqrt{(8-5\sqrt{3})^2} - \sqrt{75} + \sqrt{2^8}$

a) Comparați numerele a și b .

b) Verificați dacă mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3x+1}{2x-5} \in \mathbb{Z} \right\}$ conține elementele $3a$ și $\sqrt{b}$.

(Supliment G. M. 9/ 2025)

Problema 2.

Unghiurile $\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle C$ ale triunghiului ABC au măsurile direct proporționale cu 3, 5, respectiv 4.

a) Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

b) Dacă $AD \perp BC$, $D \in BC$, $DM \perp AB$, $M \in AB$, $DN \perp AC$, $N \in AC$ și P este mijlocul segmentului AD, demonstrați că patrulaterul MDNP are trei laturi congruente.

c) Calculați $\left(\frac{NC}{DC} + \frac{DN}{AD} \right)^{2026}$.

Adriana Gabriela Constantin, Călărași

Problema 3.

Se consideră expresia $E(n) = \sqrt{(10^n - 2026)^2} - \sqrt{(2025 - 10^n)^2}$, unde $n \in \mathbb{N}$.

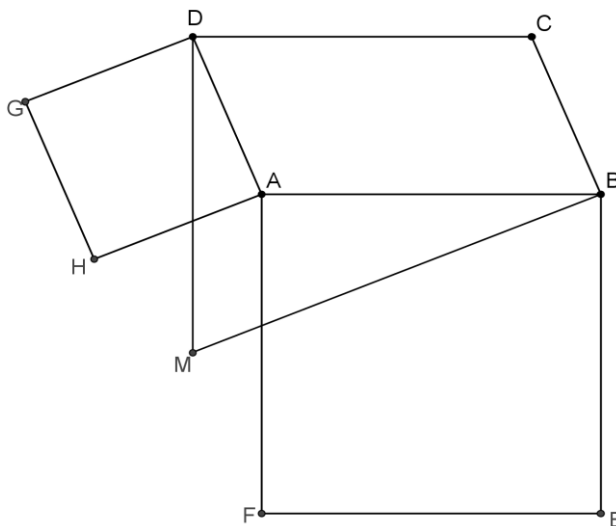
a) Determinați valorile expresiei $E(n)$.

b) Aflați numerele raționale a și b pentru care $E(n) = \frac{a}{\sqrt{2}-1} + \frac{b}{\sqrt{2}+1}$, unde $n \geq 4$.

**Problema 4.**

Se consideră paralelogramul $ABCD$ cu unghiul A obtuz și $AB > BC$. Pe laturile AB și AD se construiesc, în exteriorul paralelogramului, pătratele $ABEF$, respectiv $ADGH$. Perpendicularele în D pe DC , respectiv în B pe BC se intersectează în punctul M .

a) Să se arate că $AM \perp BD$



b) Fie N și P picioarele perpendicularelor duse din A pe FH , respectiv din D pe AC .

Demonstrați că punctele N, A și P sunt coliniare.

SUCCES!

Problema 1.		Problema 2.			Problema 3.		Problema 4.		Oficiu
a) 15p	b)10p	a) 5p	b)10p	c)10p	a) 10p	b)10p	a) 10p	b)10p	10p